

# תוכן העניינים:

3	משוואות ממעלה ראשונה
3	מבוא למשוואות : סיכום כללי :
3	שאלות :
4	תשובות סופיות :
5	משוואות שקולות : סיכום כללי :
5	שאלות :
5	תשובות סופיות :
6	פתרון של משוואה : סיכום כללי :
6	שאלות :
8	תשובות סופיות :
9	משוואות מסוגים נוספים : סיכום כללי :
9	שאלות :
9	תשובות סופיות :
12	משוואות מיוחדות : סיכום :
13	שאלות :
13	תשובות סופיות :
14	משוואות עם מכנה מספרי : סיכום כללי :
14	שאלות :
15	תשובות סופיות :
16	משוואות עם משתנה במכנה : סיכום כללי :
16	שאלות :
16	תשובות סופיות :
17	משוואות שונות : סיכום כללי :
17	שאלות :
17	תשובות סופיות :

- 18..... : מבוא למשוואות לינאריות בשני נעלמים :  
18..... : סיכום כללי :  
18..... : שאלות :  
18..... : תשובות סופיות :  
19..... : פתרון מערכת משוואות לינאריות בדרך גרפית :  
19..... : סיכום כללי :  
19..... : שאלות :  
20..... : תשובות סופיות :  
21..... : פתרון אלגברי של מערכת שתי משוואות לינאריות :  
21..... : סיכום כללי :  
21..... : שאלות :  
24..... : תשובות סופיות :  
25..... : פתרון שאלות מילוליות בעזרת מערכת משוואות לינאריות :  
25..... : סיכום כללי :  
25..... : שאלות :  
26..... : תשובות סופיות :

# אלגברה

## משוואות ממעלה ראשונה

### מבוא למשוואות:

#### סיכום כללי:

#### הגדרות:

- משוואה בנויה משני ביטויים אלגבריים שביניהם סימן השוויון (=). הביטוי האלגברי שמשמאל לסימן השוויון נקרא **האגף השמאלי של המשוואה** והביטוי האלגברי שמימין לסימן השוויון נקרא **האגף הימני של המשוואה**. בקצרה קוראים להם **אגף שמאל** ו-**אגף ימין** של המשוואה:  

$$\text{אגף ימין} = \text{אגף שמאל}$$
- נעלם במשוואה מיוחס לאות אשר מייצגת ערך מספרי אינו ידוע וברצוננו למצוא. דוגמאות לנעלמים:  $x, y, z, a, b, c, \dots$ .
- פתרון משוואה הוא אוסף כל המספרים שהצבתם (במקום הנעלם) במשוואה יוצרת טענה נכונה, כלומר ערך הביטוי שבאגף שמאל שווה לערך הביטוי שבאגף ימין.

#### שאלות:

- (1) נופר ביקשה מחברתה, יעל, לחשוב על מספר מסוים ואז לחלק אותו פי 2 ולהוסיף 3 לתוצאה. יעל אמרה לנופר כי התקבל 5. סמן ב- $x$  את המספר עליו חשבה יעל ונסה לרשום משוואה אשר באמצעותה ניתן יהיה לקבל את ערכו של המספר. נסה לנחש את המספר והסבר.
- (2) שי בן  $x$  שנים והוא גדול מאחותו שני ב-3 שנים. ידוע כי סכום הגילאים שלהם הוא 25. בן כמה שי ובת כמה שני?
- (3) אורך צלעו של משולש שווה צלעות הוא  $x$  ס"מ והיקפו הוא 30 ס"מ. מהו אורך צלע המשולש?

(4) לפניך המשוואה:  $3x - 5 = 4$ . איזה מהמספרים הבאים הוא פתרון של המשוואה?

- א. 2      ב. 4      ג. 3      ד. -1      ה. 0.

(5) לפניך המשוואה:  $2(y - 1) = 8$ . איזה מהמספרים הבאים הוא פתרון של המשוואה?

- א. -5      ב. 3      ג. 2      ד. 5      ה. 11.

(6) לפניך המשוואה:  $\frac{a - 3}{2} = 4$ . איזה מהמספרים הבאים הוא פתרון של המשוואה?

- א. 11      ב. 9      ג. 8      ד. 4      ה. 1.

### תשובות סופיות:

(1) המשוואה:  $\frac{x}{2} + 3 = 5$  והפתרון המתקבל:  $x = 4$ .

(2) שי בן 14 שנים ושני בת 11 שנים.

(3) 10 ס"מ.

(4) ג.

(5) ד.

(6) א.

## משוואות שקולות:

### סיכום כללי:

#### הגדרות:

- משוואות שקולות הן משוואות שיש להן את אותו הפתרון (ואותו תחום הצבה).
- משוואה מהסוג: מספר  $x =$  היא משוואה המראה באופן ברור את הפתרון.
- באמצעות שימוש בחוקי החשבון על שני אגפי המשוואה, נוכל לקבל משוואות שקולות.

#### שאלות:

(1) קבע איזו מבין המשוואות הבאות שקולה למשוואה:  $3x+10=7$  :  
 א.  $5+x=4$       ב.  $5+x=6$       ג.  $2x+1=0$

(2) קבע איזו מבין המשוואות הבאות שקולה למשוואה:  $\frac{x+2}{3}=6$  :  
 א.  $x+8=10$       ב.  $x-8=10$       ג.  $x=3$

(3) כתוב שתי משוואות השקולות למשוואה הבאה:  $14a-4a=36-6$ .

#### תשובות סופיות:

- (1) א' בלבד.
- (2) ב' בלבד.
- (3) עיין בסרטון.

## פתרון של משוואה:

### סיכום כללי:

- בפתרון משוואה המטרה היא להגיע למשוואה שקולה הפשוטה ביותר מהצורה: מספר  $x =$  אשר מהווה את הפתרון המבוקש.
- כדי לקבל משוואה שקולה למשוואה נתונה, מותר לבצע את אותה הפעולה על שני אגפיה חוץ מכפל או חילוק באפס.

### כללים יסודיים בפתרון משוואות:

- פתרון ע"י חיבור / חיסור משני האגפים: אם מחברים אותו מספר לשני האגפים של משוואה מקבלים משוואה שקולה. אם מחסרים אותו מספר משני האגפים של משוואה מקבלים משוואה שקולה.
- פתרון ע"י כפל / חילוק משני האגפים: אם מכפילים או מחלקים שני אגפי משוואה באותו המספר (השונה מאפס) מקבלים משוואה שקולה.

### שאלות:

#### משוואות הנפתרות ע"י חיבור וחסור משני האגפים:

(1) מצא את הפתרון של כל אחת מהמשוואות הבאות:

א.  $x+6=7$       ב.  $x+2=12$

ג.  $2+x=5$       ד.  $5+x=7$

ה.  $x-3=9$       ו.  $x-8=14$

ז.  $6-x=3$       ח.  $2-x=1$

(2) מצא את הפתרון של כל אחת מהמשוואות הבאות:

א.  $x+1\frac{1}{2}=4$       ב.  $x-\frac{1}{3}=2$

ג.  $3=x+5\frac{1}{4}$       ד.  $-2=b+4\frac{1}{2}$

ה.  $1=c-3.4$       ו.  $-3=k+7.6$

- (3) טליה גדולה מלירון ב-4 שנים. טליה בת 26. סמן ב- $m$  את הגיל של לירון.  
 א. רשום משוואה מתאימה לנתוני השאלה.  
 ב. פתור את המשוואה ומצא את גילה של לירון.

- (4) עובד במפעל מרוויח  $S$  שקלים בחודש.  
 המנהל שלו מרוויח 800 ₪ יותר מהעובד.  
 ידוע כי משכורתו של המנהל היא 9200 ₪.  
 א. כתוב משוואה מתאימה לנתוני השאלה.  
 ב. פתור את המשוואה ומצא את המשכורת של העובד.

**משוואות הנפתרות ע"י כפל וחילוק משני האגפים:**

- (5) פתור את המשוואות הבאות:

א. $2x = 6$	ב. $4x = 16$
ג. $3x = -30$	ד. $6x = -42$
ה. $-7x = 21$	ו. $-3x = 27$
ז. $-2x = -8$	ח. $-6x = -18$

- (6) פתור את המשוואות הבאות:

א. $\frac{x}{2} = 3$	ב. $\frac{x}{3} = 7$
ג. $-\frac{x}{5} = 4$	ד. $-\frac{x}{6} = 5$
ה. $\frac{x}{-3} = -2$	ו. $\frac{x}{-9} = -7$

- (7) בחניון המסודר שורות-שורות, יש בכל שורה מקום ל-20 מכוניות.  
 ידוע כי החניון מסוגל להכיל 800 מכוניות.  
 סמן ב- $k$  את מספר השורות שיש בחניון, רשום משוואה מתאימה לפי נתוני השאלה ופתור אותה.

- (8) שרון קנתה 5 ק"ג עגבניות כדי להכין רוטב.  
 היא שילמה בסה"כ 20 ₪. סמן ב- $x$  את המחיר של ק"ג עגבניות.  
 רשום משוואה מתאימה ופתור אותה.

(9) פתור כל אחת מהמשוואות הבאות בשתי דרכים :

- כפל ואחריו חילוק.

- כפל בלבד.

א.  $\frac{4x}{5} = 8$

ב.  $-1\frac{1}{3}x = 24$

ג.  $\frac{4c}{9} = -2$

ד.  $-\frac{7a}{3} = 3\frac{1}{3}$

**תשובות סופיות:**

- |   |                   |                    |                    |        |          |
|---|-------------------|--------------------|--------------------|--------|----------|
| (1) א. 1  | ב. 10             | ג. 3               | ד. 2               | ה. 12  | ו. 22    |
| (2) א. 2.5  | ב. $2\frac{1}{3}$ | ג. $-2\frac{1}{4}$ | ד. $-6\frac{1}{2}$ | ה. 4.4 | ו. -10.6 |
| (3) א. $m + 4 = 26$                               | ב. 22 שנים.       |                    |                    |        |          |
| (4) א. $S + 800 = 9200$                           | ב. 8400 ש"ח.      |                    |                    |        |          |
| (5) א. 3  | ב. 4              | ג. -10             | ד. -7              | ה. -3  | ו. -9    |
|   | ז. 4              | ח. 3               |                    |        |          |
| (6) א. 6  | ב. 21             | ג. -20             | ד. -30             | ה. 6   | ו. 63    |
| (7) א. 40 שורות.                                  |                   |                    |                    |        |          |
| (8) א. המשוואה: $5x = 20$ , המחיר הוא 4 ש"ח לק"ג. |                   |                    |                    |        |          |
| (9) א. 10   | ב. -18            | ג. -4.5            | ד. $-1\frac{3}{7}$ |        |          |



## משוואות מסוגים נוספים:

### סיכום כללי:

- כדי לפתור משוואה יש לבצע את סדר הפעולות בצורה הפוכה מסדר כתיבת המשוואה.
  - כינוס איברים דומים במשוואה משמעו לקיחת כל האיברים מאותו הסוג ולחבר את מקדמיהם.
  - חוק הפילוג:  $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ .
- כאשר משוואה מכילה סוגריים, אנו נתחיל בפתיחת הסוגריים ולאחר מכן נבצע כינוס איברים ומעבר למשוואות שקולות כדי להגיע לפתרון.

### שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

א. $2x + 5 = 13$	ב. $3x - 1 = 5$
ג. $-3 + 5b = 9$	ד. $-6c + 7 = -14$
ה. $7y - 8 = 0$	ו. $-4 = 5 + 9z$

(2) פתור את המשוואות הבאות:

א. $-6.5x - 1.5 = -27.5$	ב. $-12.3x - 1.6x = -41.7$
ג. $-1.25 + 2.3x = 1.51$	ד. $-x - 1.43 = -2.13$
ה. $1\frac{1}{2} + 6x = 3$	ו. $-\frac{3}{5}y + 2 = \frac{1}{5}$

- (3) נטלי קנתה 2 זוגות מכנסיים וחולצה. ידוע כי מחיר החולצה הוא 80 ₪ וכי נטלי שילמה בסה"כ 320 ₪.
- א. רשום משוואה מתאימה לנתוני השאלה (הנח כי לשני זוגות המכנסיים מחיר זהה).
- ב. פתור את המשוואה ומצא את המחיר של זוג מכנסיים.

- 4) נתון מספר מסוים.  
ידוע כי אם נכפול אותו פי 4 ונחסר מהתוצאה 3 נקבל 17.  
א. רשום משוואה מתאימה למציאת המספר.  
ב. פתור את המשוואה ומצא את המספר.
- 5) פתור את המשוואות הבאות:  
א.  $3x + x = 20$   
ב.  $8x - 3x = 25$   
ג.  $4x + 5 = 3x$   
ד.  $7x - 6 = 5x$
- 6) פתור את המשוואות הבאות:  
א.  $10x + 13 = x + 19$   
ב.  $5x + 7 = 8x - 2$   
ג.  $4x + 5 = 3x - 7$   
ד.  $3 + 2x = 6x - 9$
- 7) פתור את המשוואות הבאות:  
א.  $11 + 4x - 3x = 2x - 13 + 5x$   
ב.  $20 - 2x + 4 - x = -7x + 20$   
ג.  $-x + 10 - 5x = x + 35 - 12x$   
ד.  $8x - 1 + x = -x - 31 + 4x$   
ה.  $3x - 7 + 5x = 8 + 4x - 3 + 6 - 2x$   
ו.  $5x - 3 - 2x = 27 - x + 6 + 3x$
- 8) מצא שלושה מספרים עוקבים שסכומם הוא 18.  
(תזכורת: מספרים עוקבים הינם מספרים טבעיים שאחד גדול ב-1 מהשני, כגון 2 ו-3).
- 9) במשפחה שני אחים, אחד גדול ב-4 שנים מהשני.  
ידוע כי סכום הגילאים שלהם הוא 34.  
א. רשום משוואה מתאימה לנתוני השאלה.  
ב. פתור את המשוואה ומצא את גילאי האחים.
- 10) במלבן צלע אחת גדולה ב-5 ס"מ מהצלע הסמוכה לה והיקפו הוא 38 ס"מ.  
חשב את אורכי צלעות המלבן.

**11** נתון מספר מסוים.

לוקחים את המספר ומבצעים עליו שתי פעולות (בנפרד):

- פעולה א': מכפילים אותו פי 3.

- פעולה ב': מחסרים ממנו 4.

ידוע כי התוצאה המתקבלת בפעולה א' גדולה מהתוצאה המתקבלת בפעולה ב' ב-16.

א. סמן ב- $x$  את המספר ורשום ביטויים לשתי הפעולות.

ב. חבר משוואה מתאימה לנתוני השאלה.

ג. פתור את המשוואה ומצא את המספר  $x$ .

ד. הראה ע"י הצבת ערך ה- $x$  שמצא בביטויים של פעולות א' ו-ב' כי נתון השאלה מתקיים.

**12** פתור את המשוואות הבאות:

ב.  $6 + 4(2 - x) = -10$

א.  $3 + 2(4 - x) = 9$

ד.  $5x + 3(5x - 2) = 14$

ג.  $x - 5(x - 3) = 23$

ו.  $8x - 32 = 3(x - 4)$

ה.  $7(x + 2) - 51 = -9$

**13** פתור את המשוואות הבאות:

ב.  $2(x - 3) + 4(x - 2) = 4$

א.  $3(4 - x) = 2(x - 9)$

ד.  $4(2 - x) + 5(1 - x) = 7$

ג.  $5(x + 1) - (x + 2) = x$

ו.  $10(15 - x) - (2x - 10) = -8$

ה.  $6(4 - x) - (6 - x) = 3x$

**14** פתור את המשוואות הבאות:

ב.  $3(4 - x) - (x + 2)2 = 4(2x + 1) - 11x$

א.  $9(x + 6) - 30 = (x + 8)5 - (x - 4)6$

**15** נתון מספר שאם מכפילים אותו פי 2 ומוסיפים לו 5 מקבלים מספר הגדול פי 3

מהמספר הנתון. כתוב משוואה מתאימה ומצא את המספר.

**תשובות סופיות:**

- (1) א. 4 ב. 2 ג. 2.4 ד. 3.5 ה.  $1\frac{1}{7}$  ו. -1
- (2) א. 4 ב. 3 ג. 1.2 ד. 0.7 ה. 0.25 ו. 3
- (3) א.  $2x+80=320$  ב. 120 ש.
- (4) א.  $4x-3=17$  ב. 5
- (5) א. 5 ב. 5 ג. -5 ד. 3
- (6) א.  $\frac{2}{3}$  ב. 3 ג. -12 ד. 3
- (7) א. 4 ב. -1 ג. 5 ד. -5 ה.  $1\frac{2}{3}$  ו. 36
- (8) 5, 6 ו-7.
- (9) א.  $2x+4=34$  ב. 15 ו-19 שנים.
- (10) 7 ס"מ ו-12 ס"מ.
- (11) א. פעולה א':  $3x$ , פעולה ב':  $x-4$  ב.  $3x = x - 4 + 16$  ג. 6
- (12) א. 1 ב. 6 ג. -2 ד. 1 ה. 4 ו. 4
- (13) א. 6 ב. 3 ג. -1 ד.  $\frac{2}{3}$  ה. 9 ו. 14
- (14) א. 4 ב. 2
- (15) 5

## משוואות מיוחדות:

### סיכום:

- משוואה מהצורה: מספר  $x = 0$  (המספר שבאגף ימין שונה מאפס) הינה משוואה ללא פתרון. במקרה זה נאמר למשוואה אין פתרון שכן היא מצביעה על טענה שאיננה נכונה.
- משוואה מהצורה:  $x = 0$  הינה משוואה עם אינסוף פתרונות שכן היא מצביעה על טענה שתמיד תהיה נכונה.

### שאלות:

(1) קבע לגבי כל אחת מהמשוואות הבאות האם יש לה פתרון יחיד (ואם כן אז מצא אותו), אינסוף פתרונות או אף פתרון:

א.  $x + 4 = 6 + x$       ב.  $3x + 6 - x = 4 + 2x + 2$   
 ג.  $3(x - 4) + 5(2x + 1) = 14x + 5 - x$       ד.  $x(x - 4) + x = x^2 - 3x$

(2) נתונה המשוואה:  $3 - 2(x + 2) = 5x + \square$

- א. איזה מספר יש להציב ב- $\square$  על מנת שפתרון המשוואה יהיה 1?  
 ב. איזה מספר יש להציב ב- $\square$  על מנת שפתרון המשוואה יהיה 0?  
 ג. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב- $\square$  על מנת שלמשוואה יהיו אינסוף פתרונות.  
 ד. מצא ביטוי אלגברי שיש להציב ב- $\square$  על מנת שלמשוואה לא יהיה פתרון.

### תשובות סופיות:

- (1) א. אף פתרון      ב. אינסוף פתרונות      ג. אף פתרון      ד. אינסוף פתרונות.  
 (2) א. -8      ב. -1      ג.  $-7x - 1$       ד.  $-7x + k$  כאשר  $k$  הוא מספר כלשהו השונה מ-1.

## משוואות עם מכנה מספרי:

### סיכום כללי:

- מכנה משותף מספרי הוא מספר שיכול להתחלק בכל אחד מהמכנים הנתונים ללא שארית. קיימת עדיפות למציאת המכנה הקטן ביותר.

### שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

א. $\frac{x}{4} + \frac{x}{2} = 15$	ב. $\frac{x}{3} + \frac{x}{7} = 3$
ג. $\frac{x}{4} - \frac{x}{8} = 5$	ד. $\frac{x}{3} - \frac{x}{7} = 2$
ה. $\frac{x}{3} + 4 = \frac{x}{9}$	ו. $\frac{x}{6} - 3 = \frac{x}{4}$
ז. $\frac{2x}{3} - \frac{5x}{12} = -1$	ח. $\frac{3x}{4} - \frac{x}{10} = 2$
ט. $\frac{x}{3} + \frac{3x}{4} - 3 = \frac{5x}{6}$	י. $\frac{x}{3} - \frac{x}{4} + \frac{x}{2} + \frac{x}{6} = 3$
יא. $\frac{x}{9} + \frac{x}{6} - \frac{2x}{3} = 1 - \frac{x}{2}$	יב. $\frac{3}{5}x - \frac{x}{3} + \frac{x}{15} - \frac{x}{9} = 2$

(2) פתור את המשוואות הבאות:

א. $4\left(\frac{x}{3} - \frac{x}{6}\right) = \frac{x}{2} + 1$	ב. $5\left(\frac{x}{4} + \frac{x}{6}\right) - 3\left(\frac{x}{8} - \frac{x}{2}\right) - 77 = 0$
ג. $\frac{4x-9}{7} = \frac{2x-7}{3}$	ד. $\frac{7x-3}{15} = \frac{11x-4}{20}$
ה. $\frac{x+1}{4} - \frac{3x+1}{20} = -\frac{1}{2}$	ו. $\frac{x+2}{9} + \frac{x-1}{6} = 2$
ז. $\frac{4x-1}{15} - \frac{2x-5}{12} = \frac{1}{4}$	ח. $\frac{5x-7}{8} - \frac{4x+1}{6} = x$
ט. $\frac{x-3}{2} + \frac{x+5}{3} = x-1$	י. $\frac{4(x+1)}{3} - \frac{3(x-1)}{2} = 1$

$$\frac{5x+1}{6} - \frac{6x-1}{5} = \frac{3x+1}{4} - 1 \quad \text{י.ב.}$$

$$\frac{5(2-x)}{4} - \frac{7(1-x)}{6} = 1 \quad \text{יא.}$$

$$\frac{1-2x}{3} + \frac{x+10}{6} - 2x + \frac{7x+4}{15} = \frac{7}{30} \quad \text{יג.}$$

$$2 - \frac{2x-1}{3} = 7 - 2x - \frac{1-3x}{7} \quad \text{יד.}$$

$$\frac{x+3}{5} - \frac{2x+5}{8} - \frac{3x+2}{4} = \frac{7-4x}{40} \quad \text{טו.}$$

$$\frac{1}{4}(x-2) - \frac{x}{2} = \frac{1}{5}(2x-10) - (x-5) \quad \text{טז.}$$

$$\frac{2(3x+2)}{5} - \frac{2}{3}(4x-1) = \frac{5(5x+7)}{6} - (9x+1) \quad \text{יז.}$$

### תשובות סופיות:

א. 20 (1)	ב. 6.3	ג. 40	ד. 10.5	ה. -18	ו. -36
ז. -4	ח. $3\frac{1}{13}$	ט. 12	י. 4	יא. 9	יב. 9
א. 6 (2)	ב. 24	ג. 11	ד. 0	ה. -7	ו. 7
ז. $7\frac{1}{3}$	ח. -1	ט. 7	י. -7	יא. $\frac{4}{13}$	יב. 1
ג. 1	ד. 5	טו. -1	טז. 10	יז. 1	

## משוואות עם משתנה במכנה:

### סיכום כללי:

במשוואות בהן מופיע ביטוי אלגברי במכנה יש לבדוק תחילה מה ערכי המשתנה המאפסים את הביטוי. עבור ערכים אלו השבר הופך להיות חסר משמעות.

- לקבוצת המספרים שהצבתם במקום המשתנה בביטוי נותנת ביטוי בעל משמעות קוראים תחום הצבה (או תחום ההגדרה של המשוואה).
- כדי למצוא את תחום ההצבה (או תחום ההגדרה) יש לקחת את הביטוי שבמכנה ולאפס בצד (כלומר לא כחלק מפתרון המשוואה עצמה). הפתרון ייתן את הערכים האסורים ומכאן את תחום ההצבה עצמו.

### שאלות:

(1) רשום את תחום ההצבה של כל אחת מהמשוואות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{3}{x-2} = 4 & \text{ב.} & \frac{-5}{2x-1} = 7 \\ \text{ג.} & \frac{3}{x} + \frac{2}{5} = -1 & \text{ד.} & \frac{1}{y-12} = \frac{5}{y} \\ \text{ה.} & \frac{2}{3} - \frac{3}{a} + \frac{5}{1-a} = 5 & \text{ו.} & 5 - \frac{1}{k-2} = \frac{4}{k} - \frac{2}{3} \end{array}$$

(2) רשום את תחום ההצבה ופתור את כל אחת מהמשוואות הבאות:

$$\begin{array}{lll} \text{א.} & \frac{2}{x} + \frac{1}{3} = -\frac{2}{3} & \text{ב.} & \frac{1}{5} + \frac{3}{x} = \frac{4}{5} \\ \text{ג.} & \frac{4x-8}{x-2} = 5 & \text{ד.} & \frac{x}{x-2} - \frac{2}{5} = 1 \\ \text{ה.} & \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-1} = 2 & \text{ו.} & \frac{x}{x+7} - \frac{2}{7} = \frac{4}{7} - \frac{x+2}{x+7} \\ \text{ז.} & \frac{5-x}{2x+1} - \frac{1}{5} = \frac{2}{2x+1} & \text{ח.} & \frac{16-2x}{8-x} = 2 \end{array}$$

### תשובות סופיות:

- (1) א.  $x \neq 2$    ב.  $x \neq 0.5$    ג.  $x \neq 0$    ד.  $y \neq 0, 12$    ה.  $a \neq 0, 1$    ו.  $k \neq 0, 2$
- (2) א.  $-2$    ב.  $5$    ג. אף פתרון.   ד.  $7$    ה.  $3$    ו.  $0$    ז.  $2$    ח.  $x \neq 8$  (כל מספר למעט 8).



## משוואות שונות:

### סיכום כללי:

משוואה ממעלה ראשונה היא משוואה שניתן להביא אותה לצורה:  $ax = b$  ,  $(a \neq 0)$  .  
כלומר, המעלה של הנעלם היא 1 (מתקבל רק  $x^1$  ולא מעלות אחרות).

לעיתים משוואה יכולה להינתן עם מעלות שונות אך לאחר פעולות אלגבריות ניתן להביא אותה לצורה הנ"ל. במקרים אלו המשוואה היא ליניארית והפתרון שלה יתבצע כפי שלמדנו עבור משוואה מסוג זה.

### שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

א.  $x^2 - 15 = x(x + 3)$

ג.  $x(x - 4) = x^2 - 7x + 9$

ב.  $x(x - 5) = x^2 - 7x + 8$

ד.  $x(3 + x) = x(x + 2)$

(2) פתור את המשוואות הבאות:

א.  $(7 - x)(1 - x) - (x - 3)^2 = 0$

ג.  $(4x - 1)(16x - 1) - (8x + 1)^2 = 36$

ב.  $(x + 4)^2 - x(x - 4) = 0$

ד.  $(2x + 4)(x - 3) = (x + 12)(2x - 1)$

### תשובות סופיות:

(1) א. -5      ב. 4      ג. 3      ד. 0

(2) א. -1      ב.  $-1\frac{1}{3}$       ג. -1      ד. 0

## מבוא למשוואות ליניאריות בשני נעלמים:

### סיכום כללי:

- משוואה ליניארית עם שני נעלמים היא מהצורה הבאה:  $ax+by=c$  כאשר  $a$ ,  $b$  ו- $c$  הם מספרים כלשהם. למשל:  $2x-3y=7$ ,  $x+y=4$ ,  $3x-y=-1$ .
- למשוואה ליניארית עם שני נעלמים יש אינסוף פתרונות מתאימים, המסומנים כזוג סדור באופן הבא:  $(x, y)$ .
- הייצוג הגרפי של משוואה ליניארית עם שני נעלמים הוא קו ישר.
- ניתן לרשום משוואה ליניארית עם שני נעלמים גם כפונקציה קווית:  $y = mx + b$ .

### שאלות:

1) קבע אלו מבין הזוגות הסדורים יכול להיות פתרון של המשוואה:  $x+5y=-2$ .  
א.  $(-7,1)$  ב.  $(0,2)$  ג.  $(2,0)$  ד.  $(-2,0)$  ה.  $(2,-1)$ .

2) קבע אלו מבין הזוגות הסדורים יכול להיות פתרון של המשוואה:  $x+1=2y$ .  
א.  $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  ב.  $(1,1)$  ג.  $(0,2)$  ד.  $(5,3)$  ה.  $\left(\frac{1}{3}, -1\right)$ .

3) כתוב שני פתרונות שונים לכל אחת מהמשוואות הבאות:  
א.  $x+y=10$   
ב.  $3x+2y=1$   
ג.  $y-3=2x$

4) בונים גינה בצורת מלבן שמידותיה הם  $x$  מטרים ו- $y$  מטרים.  
ידוע כי היקף הגינה צריך להיות 20 מטרים.  
א. כתוב משוואה מתאימה לנתונים.  
ב. מצא שתי אפשרויות למידות הגינה אשר יקיימו את התנאים.

### תשובות סופיות:

1) א, ד (2) ב, ד (3) צפה בסרטון (4) א.  $2x+2y=20$  ב. צפה בסרטון.

## פתרון מערכת משוואות ליניאריות בדרך גרפית:

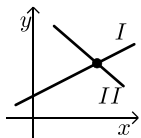
### סיכום כללי:

- נהוג לסמן מערכת של שתי משוואות ע"י  $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases}$  כגון:
- פתרון של מערכת המשוואות הוא זוג סדור המקיים את כל המשוואות שבמערכת. (אנו נתמקד במערכת של שתי משוואות בלבד).

### הצגה גרפית של מערכת משוואות:

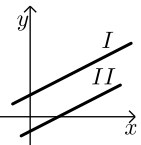
פתרון גרפי של מערכת משוואות הוא נקודת החיתוך של הישרים המייצגים כל משוואה.

יתכנו שלושה מצבים הדדיים בין שני ישרים:



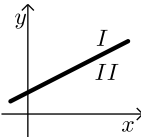
- הישרים נחתכים:

במקרה זה נקודת החיתוך תהיה פתרון המערכת.



- הישרים מקבילים:

במקרה זה לא יהיה פתרון למערכת.



- הישרים מתלכדים:

במקרה זה יהיו אינסוף פתרונות למערכת המשוואות.

### שאלות:

$$(1) \quad \begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases} \text{ לפי מערכת של שתי משוואות:}$$

- סרטט את הישרים המתאימים לכל משוואה באותה מערכת צירים.
- מצא גרפית את נקודת החיתוך שבין הישרים (במידה ויש).
- הראה כי הנקודה היא פתרון המערכת.

(2) שני גדולה משרון בשנתיים. ידוע כי הגיל של שני הוא פי 2 מהגיל של שרון.

- כתוב שתי משוואות מתאימות.
- סרטט את שתי המשוואות באותה מערכת צירים.
- מהם שיעורי נקודת החיתוך המקבלת? מה משמעותה?

- 3) קבע, מבלי לפתור, לגבי כל אחת ממערכות המשוואות הבאות האם:
- יש לה פתרון יחיד.
  - אין לה פתרון כלל.
  - יש לה אינסוף פתרונות.

$$\begin{cases} 4x + y = 2 \\ 8x + 2y = 1 \end{cases} \text{ ב.}$$

$$\begin{cases} 5x - 5y = 2 \\ 5x + 5y = -2 \end{cases} \text{ ד.}$$

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - 3y = 7 \end{cases} \text{ א.}$$

$$\begin{cases} x - 3y = 1 \\ 3x - 9y = 3 \end{cases} \text{ ג.}$$

- 4) תן דוגמא לכל אחד מהמקרים הבאים:
- א. מערכת משוואות שיש לה פתרון יחיד.
  - ב. מערכת משוואות שיש לה אינסוף פתרונות.
  - ג. מערכת משוואות שאין לה אף פתרון.

### תשובות סופיות:

- 1) א. צפה בסרטון. ב. (2,1).
- 2) א. נסמן ב- $x$  את הגיל של שרון וב- $y$  את הגיל של שני ונקבל:  $\begin{cases} x + 2 = y \\ 2x = y \end{cases}$
- ב. צפה בסרטון. ג. (2,4).
- 3) א. פתרון יחיד. ב. אף פתרון. ג. אינסוף פתרונות. ד. פתרון יחיד.
- 4) צפה בסרטון לפתרון מלא.

## פתרון אלגברי של מערכת שתי משוואות ליניאריות:

### סיכום כללי:

- פתרון ע"י שיטת ההצבה :  
נבודד את אחד הנעלמים ממשוואה אחת ונציב אותו במשוואה השנייה.  
נבחר בשיטה זו במקרים בהם קל לבודד נעלם באחת המשוואות.
- פתרון ע"י השוואת מקדמים :
  - כופלים (או מחלקים) משוואה אחת (או שתיהן) במספר השונה מאפס כך שתתקבלנה משוואות שקולות בעלות מקדמים נגדיים או זהים עבור אחד המשתנים.
  - מחברים (או מחסרים) את המשוואות ומקבלים משוואה חדשה עם נעלם אחד.
  - מוצאים את ערך הנעלם מהמשוואה החדשה ומציבים אותו באחת המשוואות המקוריות למציאת ערך הנעלם השני.

### הערה:

נוח להשתמש בשיטת השוואת המקדמים ע"י כך שמעבירים את המערכת הנתונה למערכת שקולה שבה המשתנים באגף אחד והמספר החופשי באגף השני.

### שאלות:

#### פתרון מערכת משוואות בשיטת ההצבה:

1) פתור את המשוואות הבאות (שיטת ההצבה):

$\begin{cases} 4x - 5y = -17 \\ x = -3 \end{cases} \quad \text{ג.}$	$\begin{cases} 2y - 7x = 8 \\ y = -10 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} 4x + 3y = -12 \\ y = 6 \end{cases} \quad \text{א.}$
$\begin{cases} 4x + 2y = -12 \\ y - 4x = 6 \end{cases} \quad \text{ו.}$	$\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ y = 4 - 2x \end{cases} \quad \text{ה.}$	$\begin{cases} 3y + 2x = -12 \\ x = -4 \end{cases} \quad \text{ד.}$
$\begin{cases} -5x + 7y = -26 \\ x + 3y = -8 \end{cases} \quad \text{ט.}$	$\begin{cases} y = 6 - 4x \\ y = x + 36 \end{cases} \quad \text{ח.}$	$\begin{cases} y = 7 + x \\ y = 3x + 15 \end{cases} \quad \text{ז.}$
$\begin{cases} 0.3x - 0.2y = 0.86 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \quad \text{יב.}$	$\begin{cases} 0.5y + 2.5x = 2 \\ x = 4y + 26 \end{cases} \quad \text{יא.}$	$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - 8y = 1 \end{cases} \quad \text{י.}$

2) ידוע כי מספר אחד גדול ב-12 ממספר שני. כמו כן, סכום שני המספרים הוא 16.

א. כתוב שתי משוואות המתאימות לתיאור השאלה.

ב. פתור את מערכת המשוואות בשיטת ההצבה.

ג. בדוק שאכן הפתרון שקיבלת מקיים את נתוני השאלה.

3) פתור את מערכת המשוואות הבאה בשיטת ההצבה וציין מה הוא הביטוי

$$\begin{cases} 2y = 4x + 2 \\ 2y = x + 8 \end{cases} \text{ האלגברי שאותו הצבת:}$$

4) פתור את מערכת המשוואות הבאה בשיטת ההצבה וציין מה הוא הביטוי

$$\begin{cases} 6x = 2y - 6 \\ -6x = 15 - 4y \end{cases} \text{ האלגברי שאותו הצבת:}$$

### פתרון מערכת משוואות בשיטת השוואת מקדמים:

5) פתור את המשוואות הבאות (שיטת השוואת מקדמים):

$$\begin{array}{ll} \begin{cases} x - 4y = -19 \\ -x + 3y = 15 \end{cases} \text{ ב.} & \begin{cases} x + y = 13 \\ x - y = 5 \end{cases} \text{ א.} \\ \begin{cases} 3x + 5y = 15 \\ 3x + 10y = 20 \end{cases} \text{ ד.} & \begin{cases} 3x + y = 5 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases} \text{ ג.} \end{array}$$

6) פתור את המשוואות הבאות (שיטת השוואת מקדמים):

$$\begin{array}{ll} \begin{cases} 5x + 3y = 60 \\ 3x - y = 8 \end{cases} \text{ ב.} & \begin{cases} 5x + 4y = 2 \\ -x + 2y = -20 \end{cases} \text{ א.} \\ \begin{cases} 11x + 3y = 48 \\ 5x - 6y = -15 \end{cases} \text{ ד.} & \begin{cases} 5x - 6y = 27 \\ x + 5y = -7 \end{cases} \text{ ג.} \end{array}$$

7) פתור את המשוואות הבאות (שיטת השוואת מקדמים):

$$\begin{array}{ll} \begin{cases} 5x + 3y = 28 \\ 2x - 5y = 5 \end{cases} \text{ ב.} & \begin{cases} 5x + 3y = 33 \\ 4x - 14y = 10 \end{cases} \text{ א.} \\ \begin{cases} 4x = 3y - 29 \\ 5y = 9 - 13x \end{cases} \text{ ד.} & \begin{cases} 5y = 2x \\ 4x = 5y + 8 \end{cases} \text{ ג.} \end{array}$$

8 פתור את המשוואות הבאות (מערכת משוואות לא מסודרות):

$$\begin{cases} 3y - x + 2 = 4x + 2 - 3y \\ 2x - 3 - y = 5y - 4x + 3 \end{cases} \text{ב.}$$

$$\begin{cases} 2x - 10 + 3y = 12 - 3y - 3x \\ -y + 8x - 1 = 130 + 8y - 5x \end{cases} \text{א.}$$

$$\begin{cases} 2(x - y) - (1 + x) + 4y = 0 \\ 2 - 3(x - y) = 7y - x \end{cases} \text{ד.}$$

$$\begin{cases} 4(y - 1) - y = -x - 3 \\ x - 9 = -6(y + 1) - x \end{cases} \text{ג.}$$

$$\begin{cases} 5(1 + x) + 4(1 - y) = -6 \\ 7(3 + x) - 6(4 - y) = 34 \end{cases} \text{ה.}$$

$$\begin{cases} 4(2x - 1) - 5(y + 4) = 3(x + 3) - 38 \\ 12(4 + 3x) - 10(2y + 3) = -10(y - 1) + 76 \end{cases} \text{ו.}$$

9 פתור את המשוואות הבאות (מערכת משוואות עם שברים):

$$\begin{cases} \frac{y}{2} - \frac{x}{3} + 2(y - 6) = 0 \\ x = 2y - 3 \end{cases} \text{ב.}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{3} = \frac{x - y}{11} \\ x + y = 5 \end{cases} \text{א.}$$

$$\begin{cases} \frac{4x + y}{5} = \frac{y - 2x}{2} \\ 7x + 4y = 31 \end{cases} \text{ד.}$$

$$\begin{cases} \frac{2x + y}{2} = \frac{3x + 4y}{4} \\ 3x + 5y = 22 \end{cases} \text{ג.}$$

$$\begin{cases} \frac{x - y}{2} + \frac{2x - 3y}{7} = 3 \\ \frac{x - y}{4} + \frac{x + y}{6} = 2 \end{cases} \text{ו.}$$

$$\begin{cases} \frac{3x - 1}{4} - \frac{7y + 2}{12} = 3 \\ \frac{5x + 1}{2} - \frac{11 + y}{3} = 5 \end{cases} \text{ה.}$$

$$\begin{cases} \frac{3x - 1}{4} - \frac{2}{5}(x - y) = \frac{3}{10}(x + 3) \\ \frac{x + 1}{4} - \frac{y}{2} = 1 \end{cases} \text{ח.}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{3}(x - y) - \frac{3}{4}(2 - y) = 2 \\ 2x + y = 12 \end{cases} \text{ז.}$$

$$\begin{cases} \frac{x - 3}{8} - \frac{x + y}{16} = \frac{y - 1}{4} \\ 3(2x - y) - 4x - 11 = 0 \end{cases} \text{ט.}$$

**תשובות סופיות:**

- (1) א.  $(7.5, 6)$  ב.  $(-31, -10)$  ג.  $(-3, 1)$  ד.  $\left(-4, -1\frac{1}{3}\right)$  ה.  $(3, -2)$
- ו.  $(-2, -2)$  ז.  $(-4, 3)$  ח.  $(-6, 30)$  ט.  $(1, -3)$  י.  $(3, 1)$
- יא.  $\left(16\frac{2}{9}, -2\frac{4}{9}\right)$  יב.  $(2.4, -0.7)$
- (2) א. נסמן ב- $x$  את מהספר הקטן וב- $y$  את המספר הגדול ונקבל:  $\begin{cases} x+12=y \\ x+y=16 \end{cases}$
- ב.  $(2, 14)$
- (3) הפתרון הוא:  $(2, 5)$ , הביטוי הוא:  $2y$
- (4) הפתרון הוא:  $(0.5, 4.5)$ , הביטוי הוא:  $6x$
- (5) א.  $(9, 4)$  ב.  $(-3, 4)$  ג.  $\left(1\frac{1}{3}, 1\right)$  ד.  $\left(3\frac{1}{3}, 1\right)$
- (6) א.  $(6, -7)$  ב.  $(6, 10)$  ג.  $(3, -2)$  ד.  $(3, 5)$
- (7) א.  $(6, 1)$  ב.  $(5, 1)$  ג.  $(4, 1.6)$  ד.  $(-2, 7)$
- (8) א.  $(8, -3)$  ב.  $(6, 5)$  ג. אין פתרון ד. איסוף פתרונות.
- ה.  $(1, 5)$  ו.  $(3, 4)$
- (9) א.  $(-3, 8)$  ב.  $(9, 6)$  ג.  $(4, 2)$  ד.  $(1, 6)$  ה.  $(3, -2)$
- ו.  $(5, 1)$  ז.  $(5, 2)$  ח.  $(7, 2)$  ט.  $(7, 1)$



## פתרון שאלות מילוליות בעזרת מערכת משוואות ליניאריות:

### סיכום כללי:

השלבים לפתרון שאלה הם:

- קריאת השאלה בעיון והבנה לגבי מה שנדרש. (חשוב להקפיד על הפרדה של כל משפט ולשאול "איזה מידע משפט זה נותן").
- הגדרת משתנה או משתנים לפי הצורך בהתאם לשאלה של התרגיל.
- בניית משוואה או מערכת משוואות לפי נתוני השאלה.
- פתרון המשוואה או מערכת המשוואות.
- בדיקת הפתרון (לוודא כי הפתרון שהתקבל אכן מתאים לנתוני השאלה).
- כתיבת תשובה מילולית מתאימה.

### שאלות:

- (1) מספר אחד גדול ב-7 ממספר אחד. ידוע כי סכום המספרים הוא 19. מצא את שני המספרים.
- (2) נתון מלבן שבו צלע אחת גדולה ב-15 ס"מ מהצלע הסמוכה לה. ידוע כי היקף המלבן הנתון הוא 50 ס"מ. מצא את מידות המלבן.
- (3) מחירים של 4 ק"ג תפוזים ו-2 ק"ג אגסים הוא 34 ₪. מחירים של 3 ק"ג תפוזים ו-3 ק"ג אגסים הוא 33 ₪. מצא את המחיר של 1 ק"ג תפוזים ואת המחיר של 1 ק"ג אגסים.
- (4) שני קנתה 3 חבילות שוקולד מריר ו-4 שקיות חלב ושילמה בסה"כ 49 ₪. ידוע כי המחיר של חבילת שוקולד גדול ב-7 שקלים משקית חלב. מצא את המחיר של חבילת שוקולד ואת המחיר של שקית חלב.

- (5) רוני משחק כדורסל וזורק את הכדור לסל 10 פעמים.  
כללי המשחק הם שכל קליעה מזכה את רוני ב-3 נקודות וכל החטאה מפחיתה 2 נקודות.
- א. כמה פעמים קלע רוני לסל אם ידוע כי הוא צבר 10 נקודות?  
ב. האם יתכן שרוני יצבור 11 נקודות?  
ג. האם ייתכן שרוני יצבור 31 נקודות?  
ד. מהי כמות הנקודות המירבית שרוני יכול לצבור? נמק.
- (6) כדי לקשט עוגה, קנתה רותי סוכריות צבעוניות ופתיתי קוקוס במשקל כולל של 3 ק"ג. ידוע כי המחיר של 1 ק"ג סוכריות צבעוניות הוא 18 ₪ וכי המחיר של 1 ק"ג פתיתי קוקוס הוא 22 ₪. בסה"כ שילמה רותי 58.8 ₪.  
מצא את כמות הסוכריות הצבעוניות (בק"ג) ואת כמות פתיתי הקוקוס (בק"ג) שקנתה רותי.

### תשובות סופיות:

- (1) המספרים הם: 6 ו-13.  
(2) מידות המלבן הן 5 ס"מ ו-20 ס"מ.  
(3) 1 ק"ג תפוזים עולה 6 ₪ ו-1 ק"ג אגסים עולה 5 ₪.  
(4) 11 ₪ לחבילת שוקולד ו-4 ₪ לשקית חלב.  
(5) א. 6 פעמים. ב. לא. ג. לא. ד. 30 נקודות.  
(6) 1.8 ק"ג סוכריות צבעוניות ו-1.2 ק"ג פתיתי קוקוס.